

1.6 関数とは何か？微分方程式のシミュレーションの観点から

1.6.1 ベクトルの復習

前はベクトルを紹介しました。ベクトルは始点と終点をつなぐ矢印であり、その矢印を辿って折れ線を作って曲線を近似するんだ、そういう視点からの紹介です。

今回は**関数**です。そして数列、漸化式、微分、微分方程式とつないでいく予定です。

1.6.2 関数は対応ルール

で、関数。とりあえず**数と数を適当なルールで結びつける装置**のことだと思ってください。関数のよくある説明は自動販売機ですね。自動販売機にお金を入れて何かボタンを押すと、押したボタンに対応した飲み物が出てきます。この対応がまさに関数です*1。

ここで数学として大事なのは押したボタンに応じて**いつでも同じ飲み物が出てくる**ことです。同じボタンを押したのに違う飲み物が出てこられたらルール壊れてますからね。

数学で具体例を出すなら $f(x) = x^2$ 。 x を入れたら必ず x^2 を出してくれる機械を関数と呼んでいるわけです。この関数を支配するルールはもちろん

*1 うるさいことを言うとは、売り切れているときにその飲み物が出てこないで数学の関数とは正確には一致していません。他にも問題はあって、例えば現実問題としては時々全然違う飲み物が出てくることだってありますね？今はそういう細かいことは無視して**理想的な**自動販売機を考えてください。ちなみにこういううるさい細々としたことが気になるあなた、実はとても数学に向いていますよ。大学の数学だとかこういう話を山ほどやります。大学の数学もちょっと紹介する予定なので楽しみにしてください。ちなみに完全によけいなコメントなんですけど、自動販売機はオブジェクト指向プログラミングでのインスタンスメソッドと言った方が正確な気がします。

x を x^2 に変換することです。

1.6.3 微分方程式も対応ルール

このルールは本当は何でもいいです。この講座で大事なのはルールとして微分方程式が使われている場合です。かといっていきなり微分にかつとぶのも大変なので、もうちょっとクッションを入れます。

あなたは関数は実数に対して実数をあてるルールと思っているかもしれませんが。実際にはもっとゆるくて何かと何かを適当に割り当てるルールくらいに思っておいてください。例えば自然数^{*2}に対して実数を割り当てる関数だってあります。これはふつう数列と呼ばれています。つまり数列も関数なんです。あなたが数列を勉強したことがあるなら、数列は「ある規則にしたがって数を書き並べたもの」みたいな説明を受けなかったでしょうか？この説明、まさに関数と同じです！

1.6.4 数列も対応ルール

高校だと数列は特にルールっていう感じで出てきます。等差数列とか等比数列とか階差数列とかもそうだし、漸化式なんてまさに数列を作っていくルールのことですね。

最初にシミュレーションでやったことを思い出してもらおうと、プログラムを書いて計算していったのはまさに漸化式です。

1.6.5 ベクトルも対応ルール

あなたが大学の数学やその他の学問に興味があるなら、次のようなことまで知っておくと楽しいかもしれません。

^{*2} この講座ではふつうの中高の数学の教科書とは違って 0 は自然数だとします。Python のリスト (配列) は 0 からはじまるからプログラムを組むときにその方が都合がいいんです。

数列は自然数全体を適当なルールで実数に割り当てる関数でした。ここで自然数全体じゃなくて 1 から n までを実数に割り当てる関数を考えてみましょう。実はこれはベクトルです。 n 次元のベクトルってやつですね。ベクトルは他にいろいろ要件があるのであんまり適当なこと言うのも微妙なんです。

1.6.6 実在する高次元ベクトル

ちなみに「3 より高い次元のベクトルなんてどこに使うの?」みたいなこと、工学部の大学生が言っているのを聞いたことがあります。でも実はシミュレーションでこういう高次元のベクトルをバリバリ使っています。

1.6.7 今回のポイント

最後のベクトルの話はわからなくても問題ないです。大事なのは次の 2 つです。

- 関数は数と数の対応ルールであること。
- 数列は特殊な関数であること。

何はともあれこの 2 つをおさえてください。

あなたは数列の漸化式は数列を作るルールである、そういう風に捉えているかもしれませんが。まさにそうで、微分方程式が関数を作るルールであるのも全く同じことです。というわけで関数とルール設定という流れで、今回は数列の話をしめます。

今回は概念の説明だけだったのでちょっと難しかったです。次回の数列では高校の復習しながら具体的な話もしめます。今回の話がわからなくてもあまり気にしないでください。

今回はここまでです。お疲れ様でした。

1.6.8 アンケートをお願いします

今回もアンケートがあります。改善につなげるためぜひ回答をお願いします。

- <https://goo.gl/forms/U7q60ctddNsf007A3>

ではまた次回をお楽しみに!