

1.5 ベクトルとは何か？ 微分方程式のシミュレーションの観点から

1.5.1 ここまでの復習

ここまでは微分方程式が自然現象のシミュレーションに使えることを紹介し、実際の微分方程式をいくつか見てきました。実際のシミュレーションでは本当に微分方程式を厳密に解いているわけじゃなくて、近似計算をしているんだ、そしてそれは四則演算をやっているだけなんだというのを大雑把に紹介してきました。

近似といってもけっこうきちんと計算できますよ、ということを見るためにもとにかくいくつかの実例を紹介することを優先にしてきました。我慢強いあなたも「もういい加減きちんと数学の紹介して!」と思ってらっしゃるはずです。

1.5.2 ベクトルからはじめます

というわけで数学の紹介も簡単にやっていきましょう。微分方程式なんだからまずは微分じゃないの? と思う方もいらっしゃるでしょう。でも今回の話の流れでは微分の話をする前にベクトルをやった方がスムーズなので、ベクトルからいきます。

1.5.3 ベクトルは矢印

高校でベクトルは向きと大きさがある矢印のことと言われます。それはそれで大事な見方ですが、ここでは始点と終点がある矢印と思ってみてください。始点と終点をつないだくさんのベクトルで作った折れ線を方程式の近似解とみなすのが今回の話のキモだからです。

図のように曲線を適当な間隔でわけましょう。

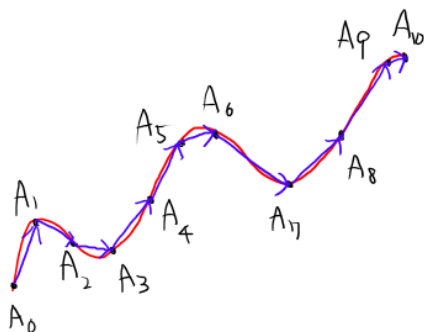


図 1.1: ベクトルをつないだ折れ線で曲線を近似.

わけた点に A_0, A_1, \dots, A_n と順に名前をつけていきます. そして A_0 と A_1 , A_1 と A_2 というふうに始点と終点を入れかえながら隣の点どうしを結んでいきます. A_0 から A_1 に向かって進むんだ, そういう気持ちを表したいのでそれを $\overrightarrow{A_0A_1}$ と書くことにします. 記号の上の右向き矢印で点 A_0 から点 A_1 に向かっている気分もはっきり書いています.

ここで何度も始点と終点をつないだ矢印を継ぎ足しています. この継ぎ足しという図形の操作が**ベクトルの足し算**です. 例を 1 つだけ書いておくと $\overrightarrow{A_0A_1} + \overrightarrow{A_1A_2} = \overrightarrow{A_0A_2}$ です.

1.5.4 微分方程式のシミュレーションから見たベクトル

高校だとベクトルに関してもっといろいろなことが出てきます. **定数倍**したり**内積**を取ったり**長さ**を調べたりなどなど. もちろんベクトルを使っているいろやるならやっておかないと困ります. でも微分方程式から数学を眺めてみる立場ではまずここさえ乗り越えればどうにかなります. 他のことは他のことをやるときに絡めてやってみてください.

折れ線をつないでいって曲線を近似する様子をもっときちんと見てみま

しょう。具体的な曲線としては円を取り、それを等分して折れ線近似した様子をプログラムで描きました。次のページを見てください。最後に近似がよくなっていくアニメーションもつけています。

- <http://tinyurl.com/zhoptac>

基本的なプログラムはこの記事の後半にも載せています。アニメーションは Jupyter との連携でやっているのので、この記事ではうまく動かさせません。上のリンクのページから確認してください。

今回はここまでです。お疲れ様でした。

今回もアンケートがあります。改善につなげるためぜひ回答をお願いします。

- <https://goo.gl/forms/tW307BnGCQaiUXN52>

ではまた次回をお楽しみに!

1.5.5 プログラミングパート

別ファイル参照!